

Semestre S3

Approfondissement en algèbre

Cet enseignement contient principalement des rappels et compléments du programme obligatoire d'algèbre de l'agrégation de mathématiques.

Semaine 1 : Groupes et sous-groupes. Groupe des permutations.

Semaine 2 : Action de groupe. Application: théorème de Cauchy, p -groupes.

Semaine 3 : Théorèmes de Sylow.

Semaine 4 : Structure des groupes abéliens de type fini.

Semaine 5 : Représentations d'un groupe fini.

Semaine 6 : Anneaux principaux et factoriels, exemples.

Semaine 7 : Extensions de corps commutatifs.

Semaine 8 : Corps finis et théorème de Wedderburn (tout corps fini est commutatif).

Semaine 9 : Séries formelles à coefficients dans un corps.

Semaine 10 : Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps.
Décomposition en éléments simples.

Approfondissement en géométrie

Cet enseignement contient principalement des rappels et compléments du programme obligatoire de géométrie de l'agrégation de mathématiques.

1 Topologie des groupes classiques, exponentielle matricielle, décomposition polaire.

2 Géométrie affine, convexité, séparation, points extrémaux, théorème de Krein-Milman.

3 Droite projective, homographies, introduction à la géométrie projective.

4 Coniques, classifications, définitions géométriques, quadriques.

Approfondissement en analyse

Le programme abordé permettra de proposer des développements aux leçons d'analyse de l'agrégation. Il comprendra 6 thèmes : analyse réelle, suites et séries de fonctions, intégrales à paramètres, topologie, espaces de Hilbert, équations différentielles. Dans chacun des thèmes, on, choisira de détailler quelques uns des éléments suivants :

Analyse réelle (formule de Taylor) :

Inégalités de Kolmogorov. Méthode de Newton, intégration numérique (Simpson, Romberg, ...) ; accélération de convergence, méthode d'Euler pour les équations différentielles. Formule d'Euler-Mac Laurin. Lemme de Morse.

Suite et séries de fonctions :

Théorème d'approximation de Bernstein, polynômes de meilleure approximation uniforme. Théorème d'Abel, théorèmes taubériens, séries lacunaires. Théorème de Fejér. Exemples de fonctions nulle part dérivables. Théorème de Borel, Théorème de Whitney. Théorème de Bernstein (fonctions complètement monotones). Théorèmes de Dini. Formule sommatoire de Poisson.

Intégrales à paramètres :

Compléments sur la fonction Γ , convolution (inégalité de Young), approximation de l'unité et régularisation (densité de C_c^∞). Méthode de Laplace.

Topologie :

Sous-groupes de \mathbf{R} , suites équiréparties, Théorème de Riesz (boule unité compacte), applications de Baire (fonctions nulle part dérivables, ...). Théorème du point fixe de Kakutani. Topologie des espaces matrices.

Espaces de Hilbert :

Exemples de polynômes orthogonaux, densité. Théorème de Müntz. Espérance conditionnelle. Opérateurs à noyaux (compacts).

Equations différentielles :

Théorème de Peano-Arzela. Systèmes autonomes, études qualitatives, théorie de Lyapunov. Equation de la chaleur.

Algorithmique et cryptographie

Cet enseignement est destiné en priorité aux étudiants préparant l'option C (calcul formel) de l'agrégation de mathématiques. Il sera également utile à ceux qui souhaitent s'orienter vers la recherche en cryptographie ou plus largement vers l'informatique.

Elimination, exemples de courbes et de surfaces algébriques, polynômes en plusieurs variables, systèmes polynomiaux, resultants, discriminants, sous-resultant (d'un point de vue algorithmique).

Intersection ensembliste de courbes et de surfaces ; paramétrisation des coniques.

Localisation des racines réelles d'un polynôme en une variable, méthode de Sturm ; application à la géométrie réelle.

Factorisation des entiers, méthode de Pollard.

Algorithme RSA : puissance rapide, test de primalité de Fermat.

Logarithme discret : pas bébé, pas géant.

Autres méthodes de factorisation (Dixon, ...).

Groupes abéliens de type fini : HNF, SNF.

Cryptographie à clé publique, cryptosystème de El Gamal, échange de clés de Diffie-Hellman.

Courbes elliptiques : loi de groupe. Applications à la cryptographie et à la factorisation des entiers.

Conception de leçons d'agrégation

Cet enseignement a pour but de développer les capacités d'expression des étudiants avec un accent particulier sur les épreuves orales du concours de l'agrégation de mathématiques. Il sera question notamment de la préparation du plan d'une leçon, de la capacité de présenter avec clarté et d'une manière organisée la démonstration d'un théorème ou la solution d'un exercice ou d'un problème de mathématiques.

Les thèmes abordés couvrent la majeure partie du programme obligatoire de l'agrégation.

Semestre 4

Compléments d'algèbre et de géométrie

Cet enseignement est destiné à aider les étudiants dans les derniers mois avant les épreuves du concours. En ce qui concerne la thématique, l'accent est sur l'algèbre et la géométrie.

Le déroulement de cet enseignement pourrait évoluer au cas où le déroulement du concours (dates des épreuves, nature des épreuves, conditions d'inscription au concours) est modifié dans les années à venir.

Avant les épreuves écrites, les premières semaines sont consacrées aux thèmes communes à l'écrit et à l'oral (dominance algèbre linéaire et bilinéaire). Ensuite, on aborde les sujets plus proches à l'oral (groupes, géométrie, ...).

Compléments d'analyse et de probabilités

Cet enseignement est destiné à aider les étudiants dans les derniers mois avant les épreuves du concours. En ce qui concerne la thématique, l'accent est sur l'analyse et les probabilités.

Le déroulement de cet enseignement pourrait évoluer au cas où le déroulement du concours (dates des épreuves, nature des épreuves, conditions d'inscription au concours) est modifié dans les années à venir.

Avant les épreuves écrites, les premières semaines sont consacrées aux thèmes communes à l'écrit et à l'oral. Ensuite, on aborde les sujets plus proches à l'oral.

Compléments de modélisation

Cet enseignement est destiné préparer les étudiants pour l'épreuve de modélisation de l'agrégation de mathématiques. Puisqu'il s'agit d'une épreuve orale, l'accent est mis sur la préparation des leçons.

Les thèmes abordés dépendront des options envisagées pour le concours par les étudiants.

Le déroulement de cet enseignement pourrait évoluer au cas où le déroulement du concours (dates des épreuves, nature des épreuves, conditions d'inscription au concours) est modifié dans les années à venir.

Remarques.

En semestre S4, les étudiants inscrits dans la spécialité mathématiques et enseignement (ME) doivent également valider un stage en établissement scolaire. Davantage d'information concernant ce stage est disponible auprès du responsable de la spécialité ME.

En ce qui concerne les étudiants inscrits dans la spécialité recherche (MFA), le semestre S4 est entièrement consacré à la rédaction d'un mémoire d'initiation à la recherche scientifique. Ceux qui envisagent se présenter au concours d'agrégation peuvent assister au cours de S4 ME (Compléments d'Algèbre et de Géométrie, Compléments d'Analyse et de Probabilités, Compléments de modélisation) en tant qu'auditeur libre.

Les étudiants inscrits dans la spécialité recherche (MFA) qui envisagent faire une thèse de doctorat de mathématiques sont conseillés de valider autant de cours de spécialisation que possible.

Les étudiants inscrits dans la spécialité recherche (MFA) et envisageant une réorientation vers la cryptographie ou plus largement vers l'informatique, peuvent valider, en S3, des cours du master informatique à la hauteur de 12 ECTS. La liste des cours d'informatique suivis sera décidé avec l'accord des responsables des masters MFA et d'informatique. En outre, il peuvent rédiger leur mémoire de recherche en S4 sous la direction d'un enseignant d'informatique. Davantage de renseignements sur le master d'informatique sont disponibles sur sa page web accessible à partir de <https://www.info.unicaen.fr/> .