Indépendance algébrique de fonctions et de ses valeurs

Evgeniy Zorin
(Université de York)

Résumé : Soit $\Bbbk$ un corps commutatif et soient $f_1(z), \dots, f_n(z) \in \Bbbk\{z\}$ des fonctions analytiques au point $z = 0$ et à coefficients dans $\Bbbk$. Il est facile de construire un polynôme $P \in \Bbbk[z, X_1, \dots, X_n] \setminus \{0\}$ satisfaisant à la minoration

$$\mathrm{ord}_{z=0} P(z, f_1(z), \dots, f_n(z)) \geq \frac{1}{2^{n+1} n!} (\deg_z P + 1)(\deg_{\underline{X}} P + 1)^n.$$

On peut s'intéresser à la question de la majoration de $\mathrm{ord}_{z=0} P(z, f_1(z), \dots, f_n(z))$, valable pour tout polynôme P non nul et ne dépendant que du degré de P. Lorsqu'une telle majoration existe, le résultat correspondant est appelé un *lemme de multiplicité*.

On peut interpréter une telle majoration comme une *mesure d'indépendance algébrique* des fonctions. Les méthodes classiques de la théorie de l'indépendance algébrique permettent, dans des cas variés, de déduire d'un lemme de multiplicité une mesure d'indépendance algébrique des *valeurs* des fonctions correspondantes.

Dans mon exposé, je présenterai quelques résultats récents sur les lemmes de multiplicité.