Sur la divisibilité locale-globale sur les courbes elliptiques

Gabriele Ranieri (Centro Ennio De Giorgi, Pisa)

Soit k un corps de nombres et soit $\mathcal{A}$ un groupe algébrique commutatif défini sur k. On va considérer la question suivante :

Problème Soit $P \in \mathcal{A}(k)$. Supposons que pour toute valuation v de k, sauf un nombre fini, il existe $D_v \in \mathcal{A}(k_v)$ tel que $P = qD_v$, où q est un entier positif. Existe-t-il un point $D \in \mathcal{A}(k)$ tel que $P = qD$?

Ce problème est nommé *Problème de la divisibilité locale-globale*. Il est facile de montrer que pour obtenir une réponse à ce problème, il suffit de considérer le cas où $q = p^n$ pour un certain nombre premier p et un certain entier positif n.

Dans un travail avec Paladino (Université de la Calabria) et Viada (Université de Bâle), nous avons montré que dans le cas où $\mathcal{A}$ est une courbe elliptique et k ne contient pas le corps $\mathbb{Q}(\zeta_p + \overline{\zeta_p})$, si $\mathcal{A}$ n'a pas de point k-rationnel d'ordre p, alors le *Problème de la divisibilité locale-globale* a une réponse positive pour p^n, pour tout entier positif n. Nous avons obtenu un nouveau critère qui est plus précis que ce résultat et qui nous a permis de montrer que dans le cas $k = \mathbb{Q}$, si $p \geq 5$, le *Problème de la divisibilité locale-globale* a une réponse positive pour p^n.

Nous donnerons l'idée de la démonstration de ce critère et des nouveaux contre-exemples à la divisibilité locale-globale sur les courbes elliptiques.